الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1) إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإنّ:

أ) $a \equiv 2[5]$ ب) $a \equiv 6[5]$ ج) $a \equiv 99[5]$

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

أ) -1 ب) 6 ج) 1

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

أ) 3 ب) 5 ج) 2

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

أ) عدد زوجي ب) مضاعف للعدد 3 ج) مضاعف للعدد 4

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأوّل u_0 وأساسها q حيث: $u_0 = 2$ و $q = 3$.

1) احسب u_1 و u_2.

2) اكتب u_n بدلالة n ؛ ثمّ استنتج u_5.

3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{n-1}$.

ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + ... + 486$.

5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4.

ب) استنتج أنّه لكل k من $\mathbb{N}$؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$.

6) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{-x+3}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

2) احسب $f'(x)$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f.

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) a و b عددان حقيقيان ، (Δ) مستقيم معادلته $y=ax+b$.

عيّن العددين a و b علماً أنّ المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) أ) تحقّق أنّه لكل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=-1+\dfrac{1}{x-2}$.

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

6) أنشئ (Δ) و (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل u_1 وأساسها r حيث: $u_2 = \frac{1}{2}$ و $u_1 - u_3 = 5$

1) أ) بيّن أنّ: $u_1 + u_3 = 1$.

ب) عيّن الحدّ الأوّل u_1 ؛ ثمّ استنتج أنّ $r = -\frac{5}{2}$.

2) اكتب u_n بدلالة n.

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = -\frac{657}{2}$.

4) n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + ... + nu_n$.

أ) تحقّق أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان يحقّقان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b.

2) بيّن أنّ العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7.

3) أ) تحقّق أنّ: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$.

ج) استنتج أنّ: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ؛ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييها.

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) احسب $f(-2)$ و $f(2)$ ؛ ثمّ أنشئ (T) و (C_f).

6) أ) أنشئ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 2$.

ب) حل ، في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x) \geq x + 2$.

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: **2015**

اختبار في مادة: الرياضيات الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية المدة: **02** سا و **30** د

<table>
<tr><th rowspan="2">(الموضوع الأول) عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>التمرين الأوّل: (05 نقاط)</td><td></td><td rowspan="5">05 نقاط</td></tr>
<tr><td>1. ج) $a\equiv 99[5]$ لأنّ $99\equiv -1[5]$ أو $99+1\equiv 0[5]$</td><td>1,25</td></tr>
<tr><td>2. ب) 6 لأن $-99-6$ مضاعف لـ 7 أو $-99\equiv 6[7]$</td><td>1,25</td></tr>
<tr><td>3. أ) 3 لأن $10\equiv 1[3]$ ومنه لكل $n\in\mathbb{N}$، $10^n-1\equiv 0[3]$</td><td>1,25</td></tr>
<tr><td>4. ب) مضاعف للعدد 3 لأن لكل $n\in\mathbb{N}$، $n+(n+1)+(n+2)=3(n+1)$</td><td>1,25</td></tr>
<tr><td>التمرين الثاني: (07 نقاط)</td><td></td><td rowspan="9">07 نقاط</td></tr>
<tr><td>1. $u_1=2\times3=6$ و $u_2=6\times3=18$.</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2. $u_n=2\times3^n$ ؛ $u_5=2\times3^5=486$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>3. $u_{n+1}-u_n=4\times3^n>0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما</td><td>01</td></tr>
<tr><td>4. أ - $S_n=3^n-1$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>ب - $2+6+18+...+486=u_0+u_1+...+u_5=728$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>5. أ -<table><tr><td>العدد</td><td>3</td><td>3^2</td><td>3^3</td><td>3^4</td></tr><tr><td>الباقي</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr></table></td><td>01</td></tr>
<tr><td>ب - $3^4\equiv1[5]$ ومنه لكل k من $\mathbb{N}$؛ $3^{4k}\equiv1[5]$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>6. $3^n-1\equiv0[5]$ تكافئ $3^n\equiv1[5]$ إذاً $n=4k$ مع $k\in\mathbb{N}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>التمرين الثالث: (08 نقاط)</td><td></td><td rowspan="11">08 نقاط</td></tr>
<tr><td>1. أ - $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-1$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-1$ ، $\lim_{x\overset{<}{\to}2} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}2} f(x)=+\infty$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>ب - $x=2$ و $y=-1$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2. $f'(x)=\frac{-1}{(x-2)^2}$ ؛ $f'(x)<0$</td><td>1,25</td></tr>
<tr><td>f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>3. جدول تغيرات الدالة f.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>4. $a=f'(0)=-\frac{1}{4}$ ؛ $b=f(0)=-\frac{3}{2}$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>5. أ - $f(x)=\frac{-x+2+1}{x-2}=-1+\frac{1}{x-2}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>ب - $x\in\mathbb{Z}$ و $x-2$ من قواسم 1 أي $x\in\{1;3\}$ ومنه $A(1;-2)$ و $B(3;0)$</td><td>01</td></tr>
<tr><td>6. إنشاء (Δ) و (C_f).</td><td>1,25</td></tr>
</table>

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
06 نقاط		التمرين الأوّل: (06 نقاط)
	0,5	1. أ - $u_1+u_3=2u_2=1$
	01	ب - $(u_1-u_2)+(u_1+u_2)=2u_1$ ومنه $u_1=3$. $r=u_2-u_1=\frac{1}{2}-3=-\frac{5}{2}$
	01	2. $u_n=u_1-\frac{5}{2}(n-1)=-\frac{5}{2}n+\frac{11}{2}$
	01	3. أ - $S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)=\frac{n(17-5n)}{4}$
	01	ب - $S_n=-\frac{657}{2}$ معناه $5n^2-17n-1314=0$ ومنه $n=18$
	0,5	4. أ - لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n)=-5n^2-n+18$.
	01	ب - الاستدلال بالتراجع
06 نقاط		التمرين الثاني: (06 نقاط)
	01	1. $a\equiv 6[7]$ و $b\equiv 1[7]$.
	1,5	2. $a\equiv -1[7]$ ومنه $a^3+1\equiv 0[7]$ و $b\equiv 1[7]$ ومنه $b^3-1\equiv 0[7]$
	1,5	3. أ - $2015\equiv 6[7]$ و $a\equiv 6[7]$ ؛ $1436\equiv 1[7]$ و $b\equiv 1[7]$.
	01	ب - $2015^3+1436^3\equiv 1-1[7]$ أي $2015^3+1436^3\equiv 0[7]$
	01	جـ - $2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv 0-1+1[7]$
08 نقاط		التمرين الثالث: (08 نقاط)
	01	1. $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$
	1,25	2. $f'(x)=3x^2-3$ إشارته
	0,5	f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1;1]$
	0,5	جدول التغيرات
	0,75	3. $f''(x)=6x$ تنعدم عند 0 مغيرة إشارتها ومنه $(0;2)$ إحداثيات نقطة الانعطاف
	0,75	4. (T): $y=-3x+2$
	0,5	5. $f(-2)=0$ و $f(2)=4$
	1,25	إنشاء (T) و (C_f).
	0,5	6. أ - إنشاء (Δ)
	01	ب - $f(x)\geq x+2$ تكافئ $x\in[-2;0]\cup[2;+\infty[$

84